2. Soit g la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ par: $g(x) = f\left(\frac{1}{\cos x}\right)$

(a) Montrer que pour tout $x \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right[$; $g(x)=\frac{1+\sin x}{\cos x}$

(b) Montrer que g réalise une bijection de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ sur un intervalle K que l'on précisera.

(c) Montrer que g^{-1} est dérivable sur K et pour tout $x \in K, \left(g^{-1}\right)'(x)=\frac{2}{1+x^2}$.

Exercice 3 — 42' min — 6 pt

Le plan est muni d'un repère orthonormé. (l'unité graphique : 2 cm)

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = \frac{x^3+2x^2}{x^2-1}$ et C sa courbe représentative dans le plan.

A / Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = x^3-3x-4$

1/ Etudier les variations de g.

2/ a) Montrer qu'il existe un réel α unique tel que $g(\alpha)=0$.

b) Vérifier que : $2,1 < \alpha < 2,2$

3/ Déduire le signe de g sur IR.

B /

1/ a) Montrer que C admet au voisinage de $-\infty$ au voisinage de $+\infty$ une asymptote oblique la droite

D: $y = x+2$.

b) Etudier la position de la courbe C par rapport à D.

2/ a) Montrer que pour tout $x \in IR/\{-1,1\}$ $f'(x)= \frac{x.g(x)}{(x^2-1)^2}$.

b) Montrer que pour tout $x \in]0,1[\cup]1,\alpha[$; on a : $xg(x)<0$. En déduire le tableau de variations de f.

3/ Tracer la courbe C.

C/ 1/ Déterminer l'abscisse des points de la courbe C ou la tangente est parallèle à la droite D: $y=x+2$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
www.takiacademy.com